

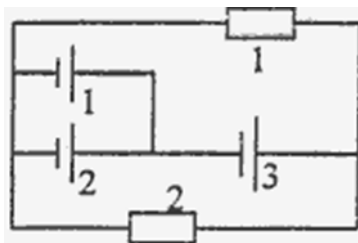
Модуль № 7

Постоянный электрический ток. Магнитостатика.

Решения задач.

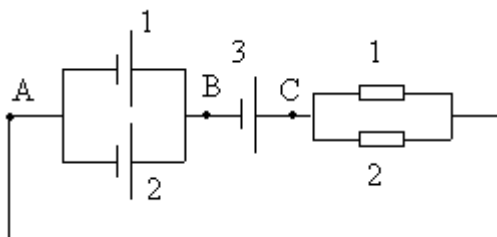
Задача 1. (стоимость 1 балл)

Схема состоит из 3 идеальных батареек и 2 резисторов (смотри рисунок). Напряжения, выдаваемые батарейками, $U_1 = U_2 = 2$ В, $U_3 = 6$ В. Сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = 4$ Ом. Определите токи через каждый из элементов схемы. Батарейки 1 и 2 считать одинаковыми.



Решение.

Резисторы 1 и 2 включены параллельно, поэтому схему можно перерисовать:

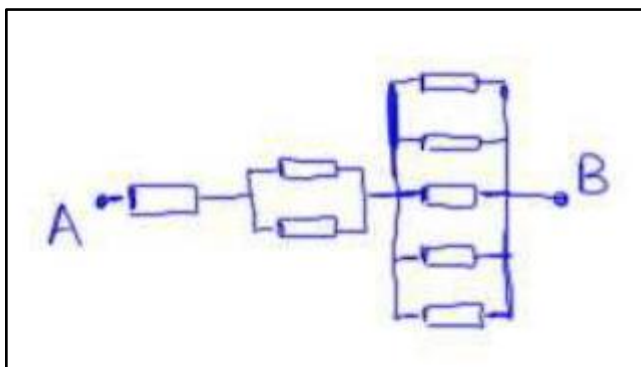


Напряжение между точками **A** и **B** равно 2 В - это напряжение на полюсах батарейки 1 (или 2). Напряжение между точками **B** и **C** равно 6 В, поэтому напряжение между точками **A** и **C**, то есть на каждом из резисторов, равно 8 В. Сопротивление участка с параллельными резисторами равно 2 Ома, следовательно общий ток, текущий через этот участок 4 А. Так как резисторы одинаковые, то через каждый течет ток 2 А. Через батарейку 3 течет суммарный ток, равный 4 А. Поскольку батарейки 1 и 2 одинаковые, через каждую из них течет половина суммарного тока, то есть 2 А.

Задача 2. (стоимость 1 балл)

Нарисуйте схему электрической цепи, сопротивление которой равно 8,5 Ом. Считайте, что у Вас есть 10 резисторов сопротивлением 5 Ом.

Решение. Например, так. В задаче, конечно, сказано, что у нас есть 10 резисторов, но не сказано, что их все обязательно нужно использовать. Главное – не использовать больше десяти.



Задача 3. (стоимость 2 балла)

Если некоторое количество одинаковых батареек соединить последовательно с нагрузкой сопротивлением R , то они дают ток I_0 . Если одну батарейку замкнуть накоротко, то ток в нагрузке $I_1 = \frac{35}{36}I_0$. Если вместо этого одну батарейку включить с другой полярностью, то ток в нагрузке $I_2 = \frac{2}{3}I_0$. Найдите число батареек и ЭДС каждой.

Решение.

Обозначим ЭДС одной батарейки \mathcal{E} , внутреннее сопротивление r . Тогда N батареек дают ток

$$I_0 = \frac{N \cdot \mathcal{E}}{R + N \cdot r}$$

Если одна батарейка включена с противоположной полярностью, то её вклад в общую ЭДС будет $-\mathcal{E}$ (минус \mathcal{E}), тогда общая ЭДС будет эквивалентна $N - 2$ батарейкам и соответствующий ток

$$I_2 = \frac{(N - 2) \cdot \mathcal{E}}{R + N \cdot r} = \frac{N - 2}{N} \cdot I_0$$

Учитывая, что

$$I_2 = \frac{2}{3}I_0$$

получаем

$$\frac{2}{3}I_0 = \frac{N - 2}{N} \cdot I_0$$

Откуда

$$N = 6$$

Значит

$$I_0 = \frac{6 \cdot \mathcal{E}}{R + 6 \cdot r}$$

Если одну батарейку замкнуть накоротко, то получаем

$$I_1 = \frac{5 \cdot \mathcal{E}}{R + 5 \cdot r}$$

Учитывая, что

$$I_1 = \frac{35}{36}I_0$$

получаем

$$\frac{35}{36}I_0 = \frac{5 \cdot \mathcal{E}}{R + 5 \cdot r}$$

Учитывая выражение для I_0 , имеем выражение для r

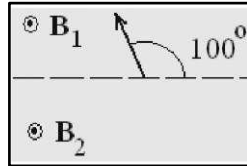
$$r = R$$

Тогда получаем ЭДС

$$\mathcal{E} = \frac{7}{6} \cdot I_0 \cdot R$$

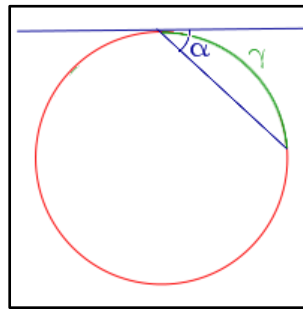
Задача 4. (стоимость 3 балла)

В областях, разделённых горизонтальной плоскостью, векторы магнитной индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 параллельны и направлены нормально к плоскости рисунка на Вас. Протон пересекает плоскость раздела под углом $\alpha = 100^\circ$. Вычислите отношение $\frac{B_2}{B_1}$. Считать, что скорость протона перпендикулярна направлению магнитного поля, а время движения в области выше плоскости раздела равно времени движения в области ниже этой плоскости. Силой тяжести пренебречь.



Решение.

Так как скорость протона перпендикулярна направлению магнитного поля, то $\sin \varphi = 1$ и протон будет двигаться по окружности. Величина угла, образованного касательной и хордой, проходящей через точку касания, равна половине величины дуги, заключённой между его сторонами



В нашем случае $\alpha = 100^\circ$, значит дуга, по которой движется протон в области выше границы раздела, соответствует углу $\gamma_1 = 200^\circ$, в области ниже границы раздела углу $\gamma_2 = 160^\circ$.

Протон движется под действием силы Лоренца, она вычисляется так

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \varphi$$

Так как протон движется по окружности, то сила Лоренца будет центростремительной силой. Учтём также, что заряд протона равен по модулю заряду электрона. Тогда

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = |e| \cdot v \cdot B$$

или

$$\frac{v}{R} = \frac{|e| \cdot B}{m}$$

Так как угловая скорость

$$\omega = \frac{v}{R}$$

то

$$\omega = \frac{|e| \cdot B}{m}$$

Применив эту формулу к движению протона в указанных областях, а, затем, выразив отношение $\frac{|e|}{m}$ и приравняв, получим

$$\frac{\omega_1}{B_1} = \frac{\omega_2}{B_2}$$

И окончательно

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

В условии сказано, что времена прохождения этих дуг одинаковы, значит угловые скорости относятся как углы поворота.

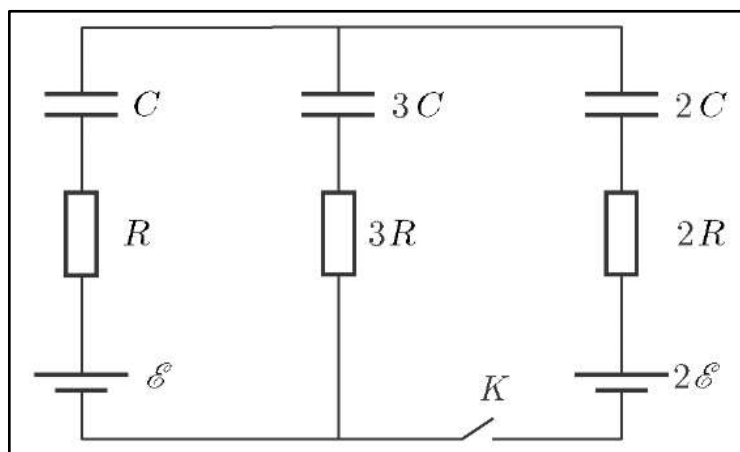
$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

Подставив численные значения углов

$$\frac{B_2}{B_1} = 0,8$$

Задача 5. (стоимость 3 балла)

Схема цепи приведена на рисунке. В начальный момент времени ключ разомкнут.

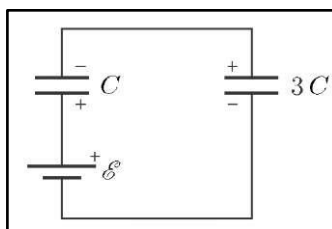


Найдите:

1. напряжение на конденсаторе емкостью C ;
2. силу тока, который потечёт через резистор сопротивлением $3R$, сразу после замыкания ключа.

Решение.

1. Вначале в замкнутом контуре, состоящем из емкостей C и $3C$, ток не течёт. На рисунке ниже изображена эквивалентная схема этой цепи.



Суммарный заряд, сосредоточенный на верхних обкладках конденсаторов C и $3C$, равен нулю. Значит

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{3 \cdot C} = \frac{4 \cdot q}{3 \cdot C}$$

Учитывая, что

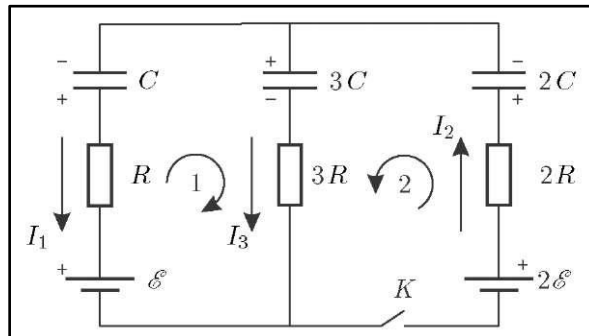
$$U_C = \frac{q}{C}$$

Получаем

$$U_C = \frac{3}{4} \cdot \mathcal{E}$$

Ответ на первый вопрос получен.

2. Сразу после замыкания ключа, заряд и напряжение на конденсаторе $2C$ равны нулю. Согласно второму закону Кирхгофа для контура №1 (рисунок ниже)



имеем:

$$\mathcal{E} = -I_1 \cdot R + U_C + U_{3C} + I_3 \cdot 3 \cdot R$$

Учитывая, что

$$\mathcal{E} = U_C + U_{3C}$$

получаем

$$I_1 = 3 \cdot I_3$$

Согласно второму закону Кирхгофа для контура №2 имеем:

$$2 \cdot \mathcal{E} = I_2 \cdot 2 \cdot R + U_{3C} + I_3 \cdot 3 \cdot R$$

или

$$\frac{7 \cdot \mathcal{E}}{4 \cdot R} = 2 \cdot I_2 + 3 \cdot I_3$$

По первому закону Кирхгофа

$$I_2 = I_1 + I_3 = 4 \cdot I_3$$

Окончательно получаем

$$I_3 = \frac{7 \cdot \mathcal{E}}{44 \cdot R}$$
