

Модуль 3-4(7-8). Функции и графики

Решение заданий модуля 3-4 (7-8).

1. Найдите целое число a , при котором выражение $(x-a)(x-10)+1$ раскладывается в произведение $(x+b)(x+c)$ с целыми b и c .

Решение. В равенство $(x-a)(x-10)+1=(x+b)(x+c)$ подставим $x=10$, $x=a$: $(10+b)(10+c)=1$, $(a+b)(a+c)=1$. Так как a , b , c – целые, то из первого уравнения $(10+b)(10+c)=1$ получаем, что $b=c=-9$ или $b=c=-11$. Из второго уравнения $(a+b)(a+c)=1$ находим два возможных значения a : 8 и 12.

Ответ: 8, 12.

2. (Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике) Точка $A(1;2)$ расположена ниже прямых $y=ax+b$ и $y=cx+d$. Как точка A может быть расположена по отношению к прямой $y=0,5(a+c)x+(b+d)$ (выше, ниже или на прямой)?

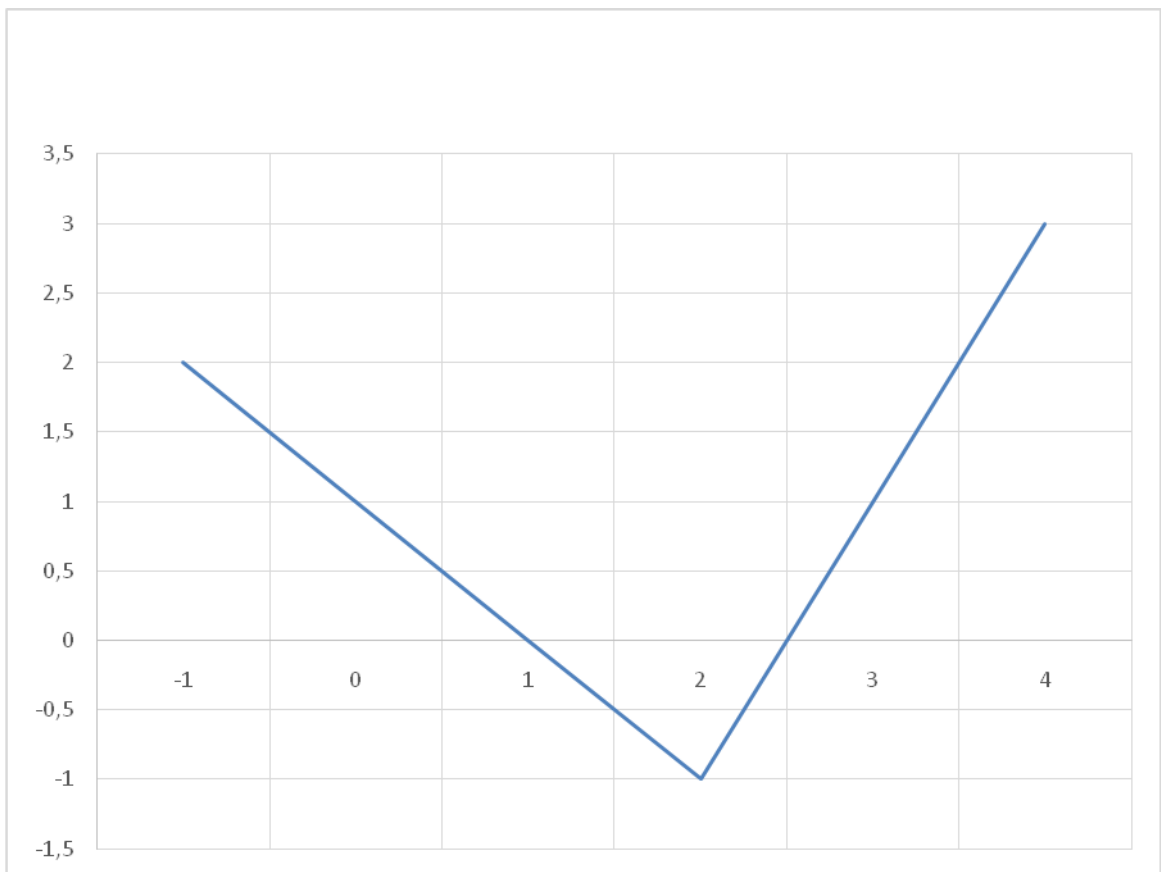
Решение. Точка $A(1;2)$ расположена ниже прямой $y=ax+b$ – это означает, что $2 < a + b$. Аналогично $2 < c + d$. Сложив эти неравенства одного знака, мы получаем: $4 < a + b + c + d$, т.е. $2 < 0,5(a+c) + 0,5(b+d)$. Это и означает то, что точка расположена ниже прямой $y=0,5(a+c)x+0,5(b+d)$, а следовательно, и ниже прямой $y=0,5(a+c)x+(b+d)$.

Ответ: Ниже.

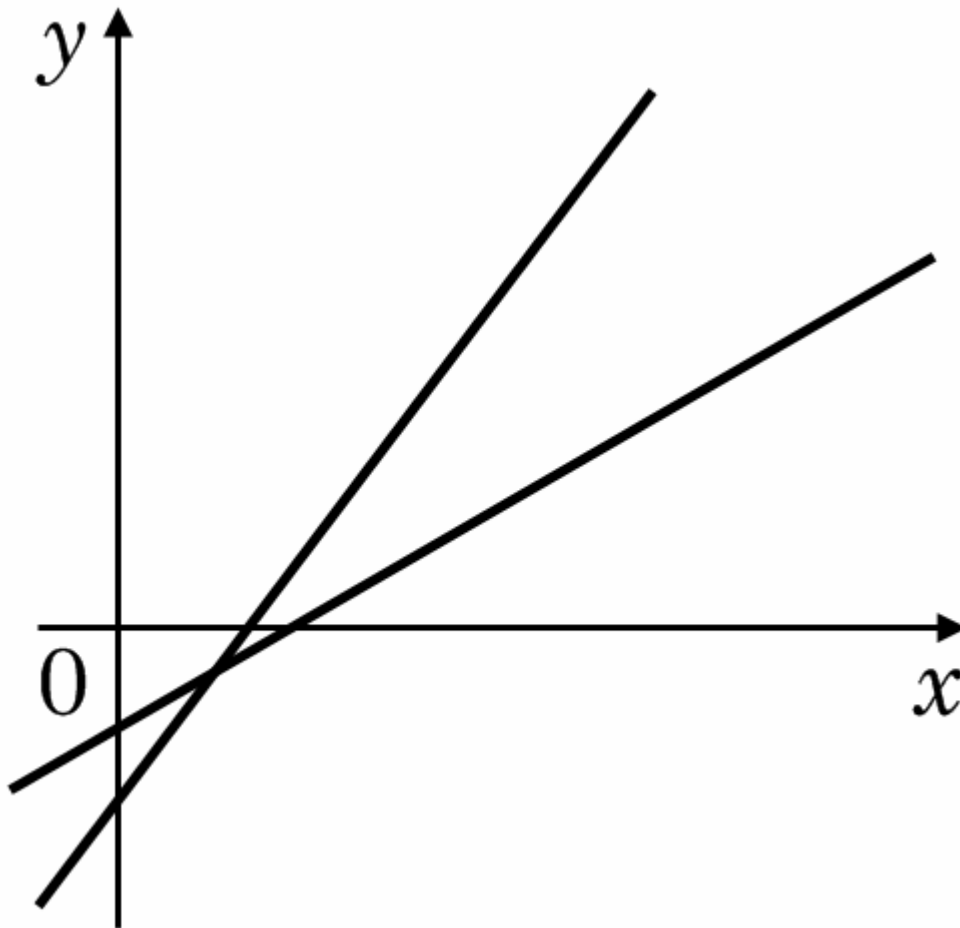
3. (Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике)

Постройте график функции $y = \begin{cases} 1-x & \text{при } x \leq 2, \\ 2x-5 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

Решение. В нашем случае функция – линейная, ее графиком является прямая. Для построения прямой достаточно взять две точки. В результате имеем



4. (*Заочная школа НИЯУ МИФИ*) На классной доске после урока математики остался чертеж осей координат и двух прямых (см. рис.).



Восьмиклассник Борис утверждает, что одна из названных прямых задается уравнением $y=ax+b$, а другая – уравнением $y=bx+c$, где a , b , c – некоторые числа. Прав ли Борис?

Решение. Как видно из рисунка, угловые коэффициенты обеих прямых положительны, т.е. $a>0$, $b>0$. Но при $x=0$ значения функций отрицательны, т.е. $b<0$, $c<0$. Получили противоречие.

Ответ: Борис не прав.